שיעור 8 – מרחבי מכפלה פנימית

# הגדרה

= או . יהי V מ"ו מעל . הפונקציה נקראת מכפלה פנימית אם:

1. לינאריות באגף השמאלי:
2. הרמיטיות:
3. אי שליליות: וגם וגם ⬄ .

## הערה

# תכונות המתקבלות מהתכונות הקודמות

1. . הוכחה: באינדוקציה.
2. (הוכחה פשוטה)
3. (באינדוקציה מסעיף ב')
4. (מסעיפים א' וג')
5. פתרון: . נוסיף לשני האגפים ונקבל , ולפי הרמיטיות נקבל גם

# דוגמאות

1. המכפלה הסטנדרטית מעל היא

אם מתבקשים לחשב את המ"פ של ו אזי

באופן דומה אם אזי המכפלה הסטנדרטית היא

**דוגמה ללמה אי אפשר בלי הצמוד**

לכן משתמשים בצמוד:

1. אם אזי אפשר להגדיר ()  
   (ת"ב: אם A,B וקטורי שורה אזי זו בדיוק המכפלה הסטנדרטית)
2. (אנליזת פוריה) בהינתן ניתן להגדיר מ"פ של פונקציות ע"י

# תרגיל

. הוכח שהתכונות הבאות שקולות:

1. היא מ"פ
2. , ,

## הוכחה(א⇦ב)

*לפי הרמיטיות של מ"פ:  
⇦*

*באופן דומה אם ניקח נקבל*

*נוכיח כי (א)⇦ : יהיו לפחות או או בה"כ נאמר כי*

# תרגיל

, V מרחב מכפלה פנימית . נגדיר מטריצה A לפי . הוכח כי ⬄ ת"ל.

## הוכחה (⇦)

ת"ל ⇦ קיימת תלות לינארית כאשר לאיזשהו i. נבצע . בואו נביט בשורה הiית של B:

*⇦ השורה הiית של B היא שורת אפסים ⇦ ⇦*